

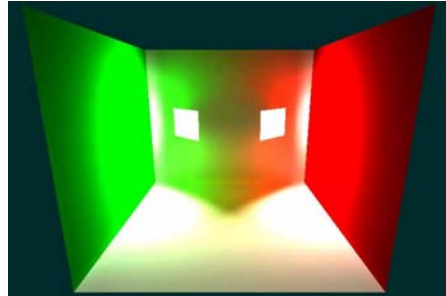
Illumination Globale

Elmar Eisemann

Elmar.Eisemann@inrialpes.fr

Basé sur les cours de
C. Soler, N. Holzschuch,
E. Boyer

Global Illumination La lumière indirecte



Modélisation de l'éclairage

- Modélisation physique :
 - Équation de l'éclairage
- Résolution de l'équation :
 - Solution formelle
 - Solutions approchées
 - Lancer de rayons
 - Radiosité
 - Monte-Carlo

Éclairage global, éclairage local

- Jusqu'ici, des propriétés locales :
 - Modèles de Gouraud, de Phong, lissage
- On s'intéresse au problème global

Équation de l'éclairage

- Hypothèses :
 - Équilibre énergétique
 - Conservation de l'énergie lumineuse
 - Pas d'échanges entre différentes formes d'énergie, mais pourrait être intéressant
- Énergie lumineuse en un point :
 - Énergie émise
 - Plus énergie réfléchie

Équation de l'éclairage

- Équilibre énergétique :
$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) + \int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$
- Radiance totale = radiance émise + radiance réfléchie

Notations

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

Équation de l'éclairage

Spatial dans scène

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

Équation de l'éclairage

directionnel

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

Équation de l'éclairage

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

Équation de l'éclairage

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

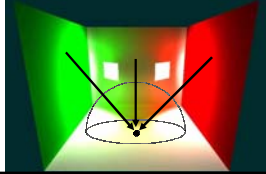
Équation de l'éclairage

$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

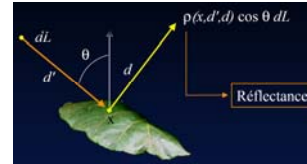
Équation de l'éclairage

$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) + \int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$



Équation de l'éclairage

$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) + \int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$



BRDF

- *Bi-directional Reflectance Distribution Function* (BRDF)
- Rapport entre la radiance dans la direction sortante et le flux de radiance dans la direction entrante

La BRDF est une distribution

- Elle va de 0 à $+\infty$ (inclus)
- Unité sr^{-1}
- Deux cas particuliers :
 - Réflecteur diffus idéal
 - Réflecteur spéculaire idéal

Réflecteur diffus idéal

- BRDF uniforme :
 - Ne dépend pas des directions
 - La radiance réfléchie est identique dans toutes les directions

$$\rho_{bd}(\theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) \equiv \rho$$

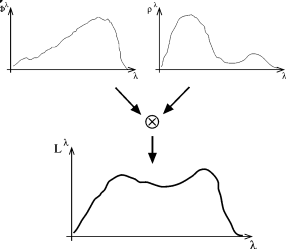
Réflecteur spéculaire idéal

- La BRDF est une distribution de Dirac
 - Distribution de Dirac normalisée δ

$$\rho_{bd}(\theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) = 2\delta(\sin^2 \theta_0 - \sin^2 \theta) \cdot \delta(\varphi_0 - \varphi \pm \pi)$$

Variation spectrale

- La BRDF dépend aussi de la longueur d'onde



Équation de l'éclairage - difficile à résoudre

- Équilibre énergétique :

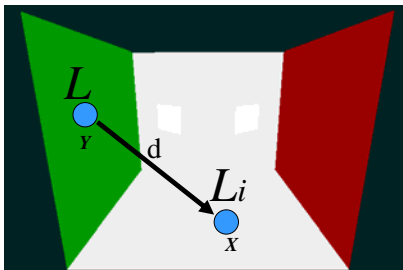
$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

- Radiance totale = radiance émise + radiance réfléchie

Équation de l'éclairage - difficile à résoudre

$$L_i(X, d) = L(Y, d)$$



Résolution formelle de l'équation

- Opérateur de réflexion
 - Opérateur intégral R
 - Opère sur la distribution de radiance
 - Défini par :

$$(RL)(x, \theta_0, \varphi_0) =$$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

Résolution formelle de l'équation

$$(RL)(x, \theta_0, \varphi_0) =$$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

$$= L_e(x, \theta_0, \varphi_0) + (RL)(x, \theta_0, \varphi_0)$$

Solution formelle (2)

- L'équation devient :

$$L = L_e + RL$$

- Donc : $L = [I - R]^{-1} L_e$
- En utilisant une série de Neumann :

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} (R^n) L_e$$

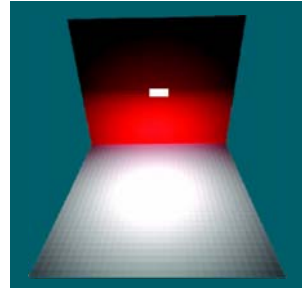
Qu'est-ce que cette équation représente?

Interprétation physique

$$L = \sum_{n=0}^{\infty} (R^n) L_e$$

- Radiance émise (L_e)...
- plus radiance réfléchié une fois (RL_e)...
- plus radiance réfléchié deux fois (R^2L_e)...
- plus radiance réfléchié trois fois...

Interprétation physique



$$L_e + (RL_e) + (R^2L_e) + (R^3L_e) + \dots$$

Concrètement, cette équation ?

- Très joli... mais moins utile
- Pas de solution analytique
- L'éclairage a des besoins spécifiques
 - Frontières d'ombre, reflets...
 - La résolution doit prendre en compte ces spécificités

Radiosité

- Hypothèse de simplification :
 - Toutes les surfaces sont diffuses
- Radiance, BRDF, ... indépendantes de la direction
- Simplification de l'équation
- Discrétisation de l'équation simplifiée
- Résolution de l'équation discrétisée

Radiosité

$$L(x, \theta_0, \varphi_0) = L_e(x, \theta_0, \varphi_0) +$$

$$\int_{\Omega} \rho_{bd}(x, \theta_0, \varphi_0, \theta, \varphi) L_i(x, \theta, \varphi) \cos \theta d\omega$$

- Forme simplifiée de l'équation de rendu :

$$B(x) = E(x) + \rho_d(x) \int_{y \in S} B(y) V(x, y) \frac{\cos \theta \cos \theta'}{\pi r^2} dy$$

- Discrétisation de cette équation :

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j$$

Radiosité

- Discrétisation de cette équation :

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_{j=1}^n F_{ij} B_j$$

Comment peut-on imaginer cette discrétisation?



Facteur de forme

- F_{ij} : facteur de forme
 - Purement géométrique
 - Proportion d'énergie transmise de l'un à l'autre
 - Méthodes de calcul :
 - Quadratures
 - Approximation point-surface
 - Approximations discrètes (hémicube)

Facteur de forme

- F_{ij} : facteur de forme
 - Purement géométrique
 - Proportion d'énergie transmise de l'un à l'autre

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i A_j} \iint v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$

L'équation discrétisée

- On regroupe tous les éléments :

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_n \end{bmatrix} + [\rho_i F_{ij}] \begin{bmatrix} B_0 \\ B_n \end{bmatrix}$$


- Ou, en utilisant des vecteurs :

$$\mathbf{B} = \mathbf{E} + \mathbf{M}\mathbf{B}$$

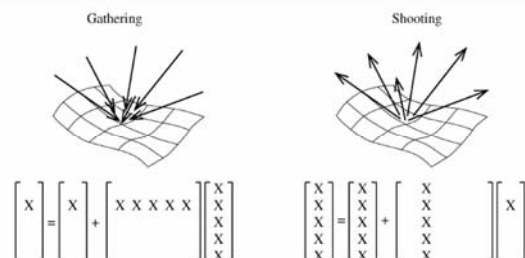
Radiosité : avantages

- Toutes les surfaces sont diffuses
- Solution globale (on peut se promener)
- Lisser ?
 - calculer des valeurs aux sommets
 - interpolation entre les sommets

Résolution du système

- Equation Matricielle : $\mathbf{B} = \mathbf{E} + \mathbf{M}\mathbf{B}$
- Méthodes de relaxation :  point fixe
 - Gathering
 - relaxation de Jacobi
 - relaxation de Gauss-Seidel
 - Shooting
 - relaxation de Southwell

Gathering vs. Shooting



Gathering/shooting

- Shooting :
 - Premières images plus vite
 - Éclairage direct dans les premières itérations
 - Besoin de stocker l'énergie pas encore renvoyée
- Gathering :
 - Plus lent pour les premiers résultats
- Pour la convergence totale de la scène
 - Théoriquement le même temps de calcul

Radiosité : exemple



Radiosité : exemple (2)



Radiosité : résumé

- Calculs très long
 - Accélération possibles,
 - Radiosité hiérarchique
 - Clustering
 - Instanciation
- Affichage rapide
 - Sauf si 10^{700} polygones... ;)

Remarque:

- Tout ce qu'on a dit peut être formulé dans un cadre mathématique:

Discretisation \longleftrightarrow Projection sur base

Discrétisation

$$L(X) = E(X) + \int_Y G(X,Y)L(Y) dY$$

- On approche L par L' dans une base de fonctions simples

$$L = \underbrace{\sum_{i=1}^n l_i \Lambda_i}_{L'} + \Delta \quad \Leftrightarrow \quad L(X) = E(X) + \int_Y G(X,Y)L'(Y) dY + \Delta$$

Discrétisation

- On "projète l'équation"
(i.e on essaye d'annuler le résidu)

2 méthodes:

- Collocation: résidu nul en N points
- Méthodes de Galerkin: résidu orthogonal à la base de départ
 - radiositè classique: base unif./polynômiale par morceau.
 - *wavelet radiosity* [Gortler'93]: base d'ondelettes

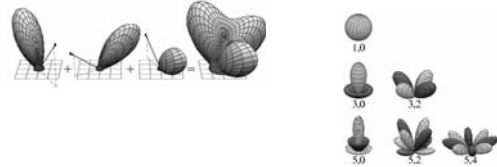
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j l_j = e_j + \sum_{k=1}^m l_k \gamma_k \quad \lambda_j = \langle \Lambda_j, \Lambda_j \rangle$$

$$\gamma_{ik} = \langle \Lambda_i, \int G(X,Y) \Lambda_k(Y) dY \rangle$$

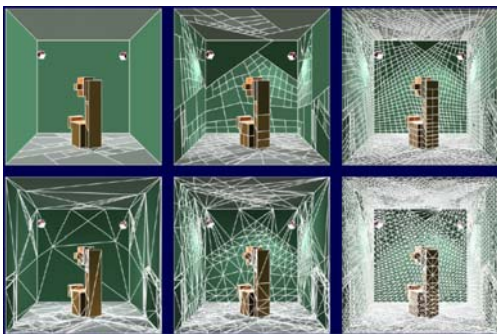
Base uniforme par morceaux



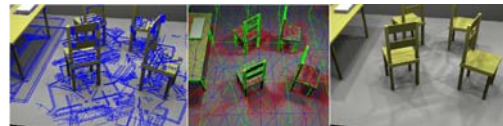
Harmoniques sphériques



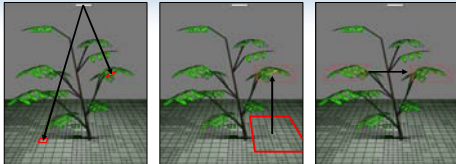
Raffinement de la base:



Maillage de discontinuité



Hiérarchie



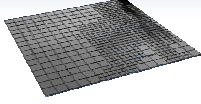
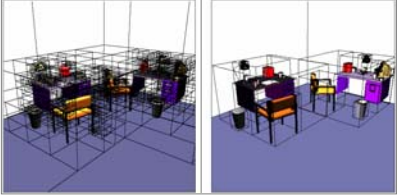
- Etablir les transferts d'énergie (ou *liens*)
 - Suffisamment haut pour économiser des calculs
 - Suffisamment bas pour conserver la précision

Hiérarchie

- Trois phases par itération:
 - Raffinement ⇨ assure la complétude des échanges
 - *Gather* ⇨ transfert de l'énergie le long des liens
 - *Push/Pull* ⇨ cohérence multi-échelles

Hiérarchie

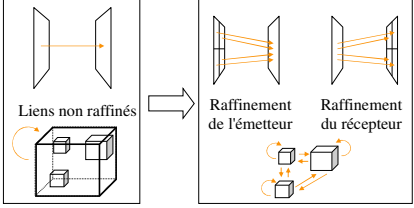
- Surfaces
 - Subdivision des rectangles et des triangles
- Clusters

Octree Boîtes anglobantes

Raffinement

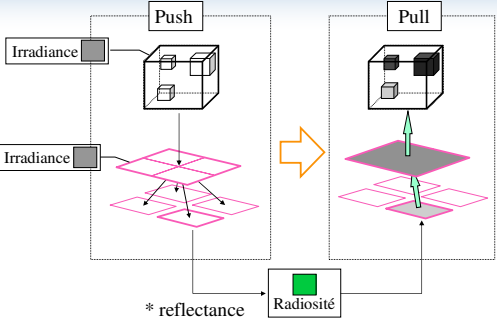
- Départ: un unique lien de la scène sur elle même



- Oracle de raffinement:
 - rendre l'erreur uniforme
 - exemple: Subdivision quand l'énergie est grande

Gestion de la complexité

Push/Pull



* reflectance Radiosité

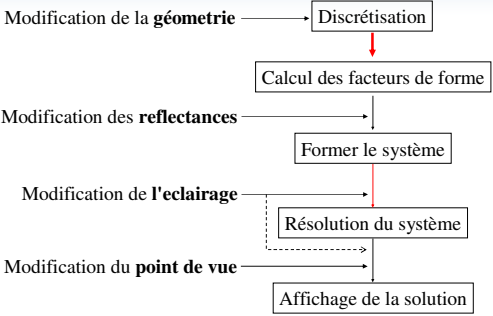
Gestion de la complexité

Raffinement/Gather

- Calcul des facteurs de forme (Raffinement)

$$A_i F_{ij} = \int_{A_j} \int v(x, y) \frac{\cos(\theta) \cos(\theta')}{\pi d(x, y)^2} dx dy$$
 - Visibilité totale entre polygones
 - ⇒ Formule analytique
 - Visibilité partielle ou clusters
 - ⇒ Intégration numérique

Résumé:



```

    graph TD
      A[Modification de la géométrie] --> B[Discrétisation]
      B --> C[Calcul des facteurs de forme]
      D[Modification des reflectances] --> C
      C --> E[Former le système]
      F[Modification de l'éclairage] --> E
      G[Modification du point de vue] --> E
      E --> H[Résolution du système]
      H --> I[Affichage de la solution]
  
```

Lancer de rayons de Monte-Carlo

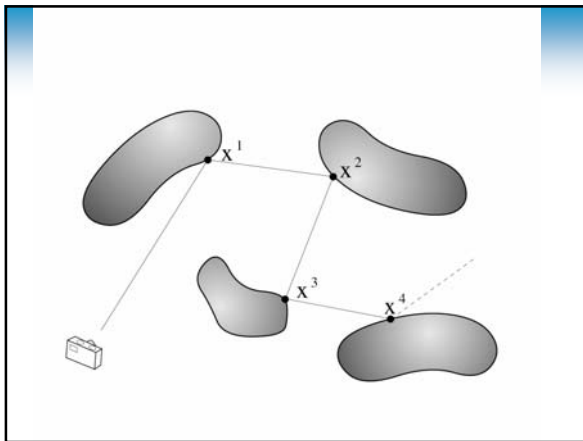
- On repart de l'équation de rendu
- Utilisation de méthodes mathématiques d'approximation des intégrales

Intégration de Monte-Carlo

- Méthode générique de calcul d'intégrales multi-dimensionnelles
- Principe (en gros) :
 - Échantillonner avec une certaine probabilité
 - Additionner échantillons pondéré par leur probabilité

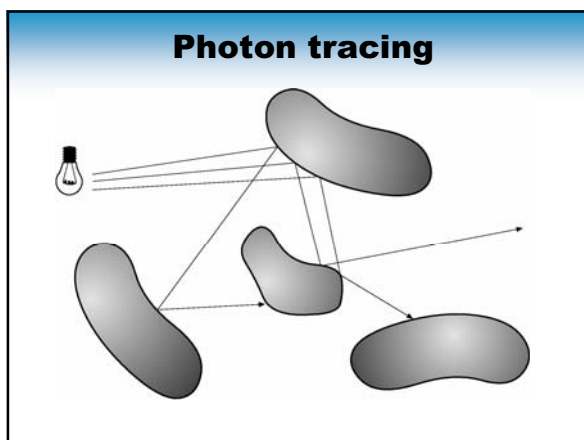
Méthodes de Monte-Carlo

- Tous les types de matériaux, tous les objets, toutes les réflexions
- Facile à implémenter
 - Difficile à implémenter de façon efficace
- Convergence très lente
- Images très bruitées au début
- Souvent utilisé comme référence



Photon Tracing

- Pareil, mais les rayons partent des sources lumineuses
 - Sources lumineuses potentiellement surfaciques
 - Échantillonnage spatial de la source
- Solution indépendante du point de vue
 - Stockage sur les surfaces
- Bonne représentation des caustiques
- Bruité : phase de lissage des échantillons
 - Reconstruction de la fonction de radiance

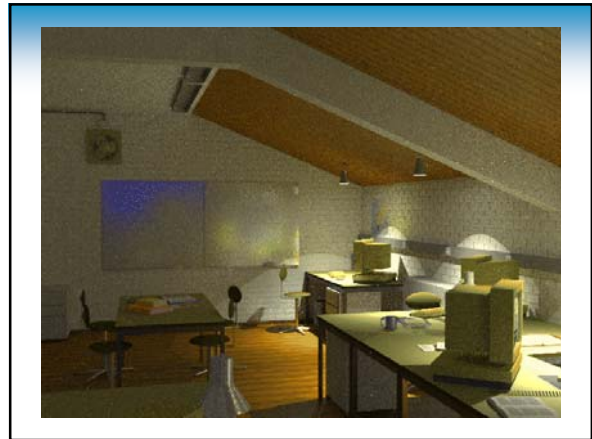


Photon Tracing

- Pixel de départ, fixé.
- Pour chaque point d'intersection :
 - Tirer la direction du rayon réfléchi au hasard
 - En tenant compte de la BRDF
- Recommencer pour chaque pixel
 - 10, 100, 1000 échantillons par pixel
- L'image converge lentement :
 - Neige au début, puis image bruitée, puis image

Photon Tracing

- Nombre aléatoire t entre 0 et 1
- Comparer avec la réflectance ρ
 - $t > \rho$: absorption
 - $t < \rho$: réflexion
- Autres techniques:
 - Poids w de la particule influencé par la réflectance
 - Terminaison si w en dessous d'un certain seuil
 - Roulette russe : on augmente le poids des chemins survivants
 - Accumuler les reflectances, stop si au-dessous d'un w



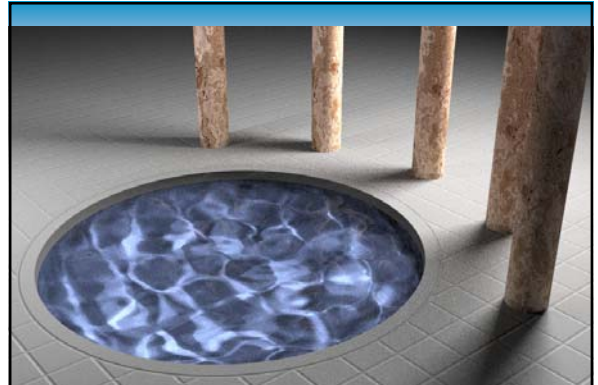
Bi-directional Path Tracing, 40 échantillons par pixel

On peut faire plus intelligent

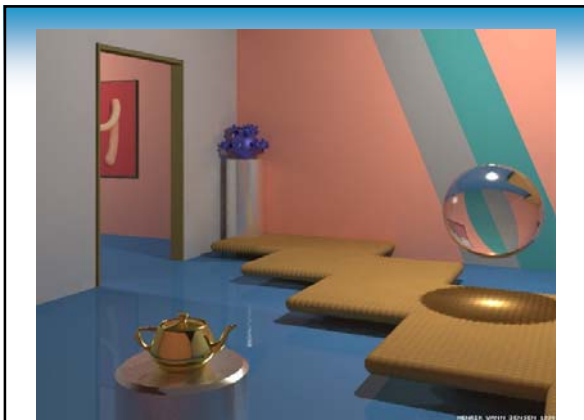
- Accélération possibles :
 - Photon Maps
(en gros un dernier gather des photons)
 - Bi-Directional Path Tracing
 - Metropolis light transport



Metropolis LT, 250 mutations par pixel (même temps de calcul)



Metropolis LT, 100 mutations par pixel (même temps de calcul)



Rendu complet, 5 mn+51 mn

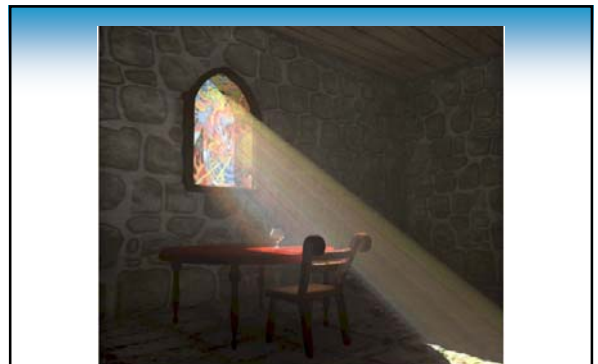


Figure 5: Dusty room illuminated by sunlight through a stained glass window.

