

## Synthèse d'Images

Elmar Eisemann

[Elmar.Eisemann@inrialpes.fr](mailto:Elmar.Eisemann@inrialpes.fr)

Basé sur les cours de  
Frédo Durand, Barbara Cuttler, E. Boyer,  
H. Briceno, N. Holzschuch

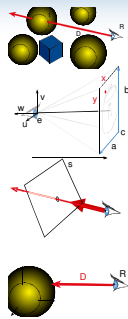
## Luxo Jr

- Pixar Animation Studios, 1986
- Director: John Lasseter



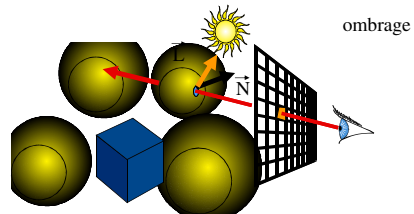
## Plan

- Introduction
- Caméra et rayons
- Intersections



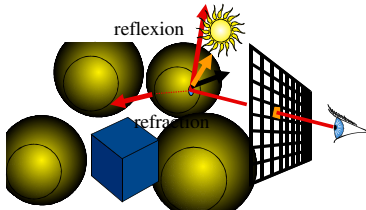
## Ray Casting

Pour chaque pixel  
crée un rayon partant de l'oeil  
Pour chaque objet dans la scene  
Trouve l'intersection avec rayon  
Garde la plus proche



## Ray Casting

Pour chaque pixel  
crée un rayon partant de l'oeil  
Pour chaque objet dans la scene  
Trouve l'intersection avec rayon  
Garde la plus proche

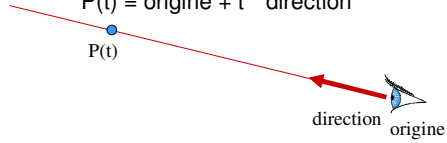


**Qu'est-ce un rayon?**

## Représentation rayon

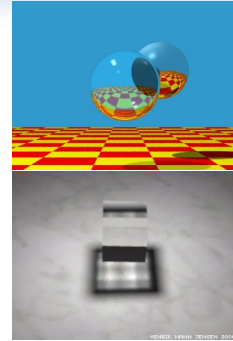
- Deux vecteurs:
  - Origine
  - Direction (normalisée)
- paramétrée

$$P(t) = \text{origine} + t * \text{direction}$$



## Ray Tracing

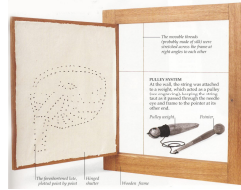
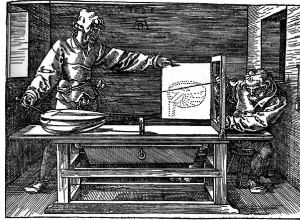
- Ray-traced image de Whitted



- Image avec Dali ray tracer de Henrik Wann Jensen

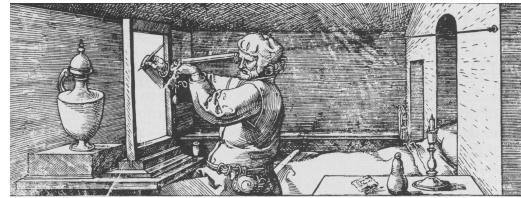
## Machine de Ray casting de Dürer

- Albrecht Dürer, 16<sup>ème</sup> siècle



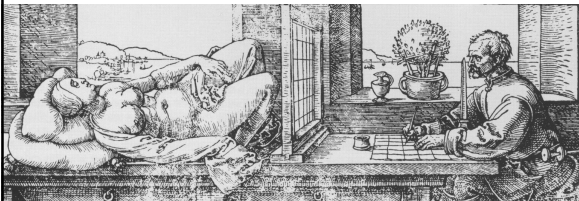
## Machine de Ray casting de Dürer

- Albrecht Dürer, 16<sup>ème</sup> siècle



## Machine de Ray casting de Dürer

- Albrecht Dürer, 16<sup>ème</sup> siècle



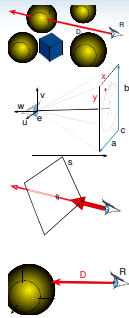
## Questions?

- Image avec Dali ray tracer de Henrik Wann Jensen
- Modèle Stephen Duck



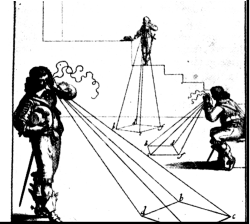
## Plan

- Introduction
- **Caméra et rayons**
- Intersections



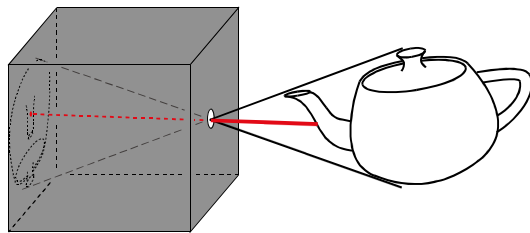
## Caméras

Pour chaque pixel  
crée un rayon de l'oeil  
Pour chaque object dans la scene  
Trouve l'intersection avec rayon  
Garde la plus proche



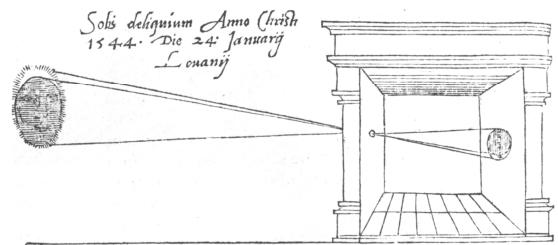
## Pinhole caméra (sténopée)

- Boîte avec trou
- Image inversée
- Triangles similaires
- Image parfaite pour un trou infinitésimal

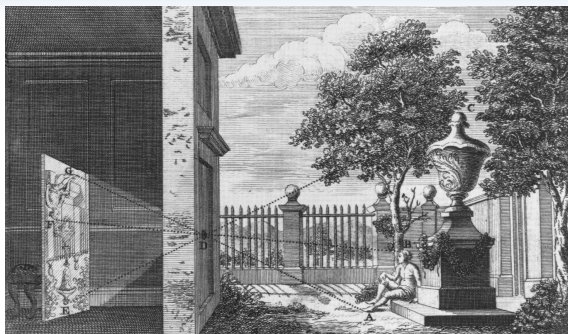


## Vieille Illustration

- R. Gemma Frisius, 1545



## Camera obscura



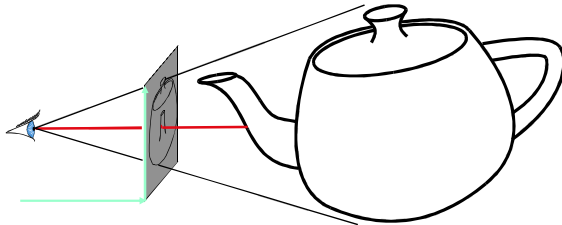
## Abelardo Morell

- Chambre dévient caméra

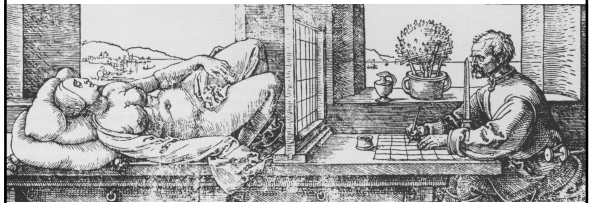


### Pinhole/Perspective camera

- Pyramide oeil-image (frustum)
- Distance/plan variable

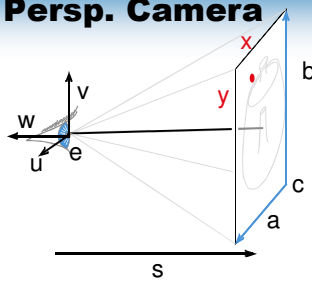


### Machine de Ray casting de Durer



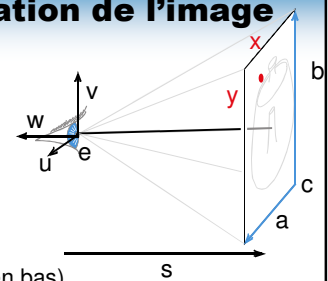
### Déscription Persp. Camera

- L'oeil e
- Base ortho u, v, w
- Image distance s
- Angle de vue



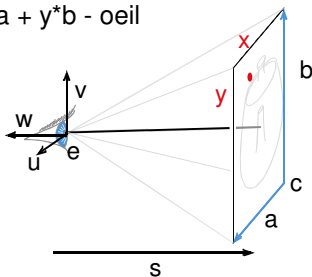
### Paramétrisation de l'image

- Déduire c (gauche en bas)
- Déduire a et b
- Coordonnées écran dans  $[0,1] \times [0,1]$
- Un point devient  $c + x \cdot a + y \cdot b$

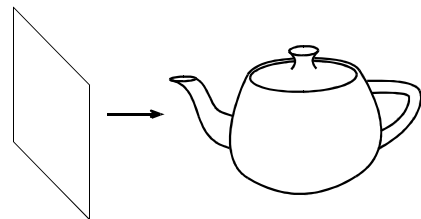


### Comment créer un rayon de la caméra perspective?

- Origine: oeil
- Direction:  $c + x \cdot a + y \cdot b$  - oeil

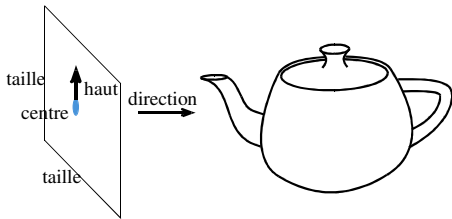


### Déscription caméra ortho



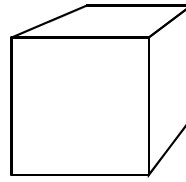
## Déscription caméra ortho

- Direction
- Taille image
- Centre de l'image
- Vecteur vers le haut

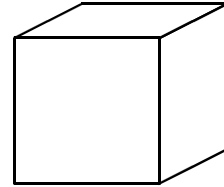


## Caméra ortho / Projection parallèle

- Taille change pas avec distance
- Pas de point de fuite



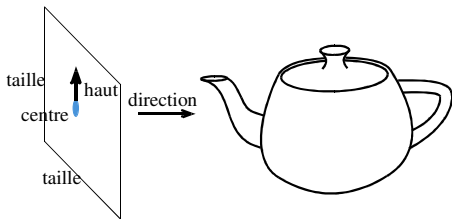
perspective



orthographique

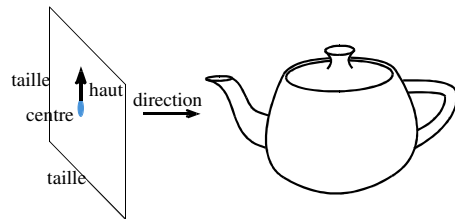
## Déscription caméra ortho

- Direction
- Taille image
- Centre de l'image
- Vecteur vers le haut



## Comment créer un rayon de la caméra orthographique?

- Direction est constante
- Origine =  
 $\text{centre} + (y-0.5) * \text{taille} * \text{haut} + (x-0.5) * \text{taille} * \text{horizontale}$



## Autres caméras bizarres

- E.g. fish eye, omnimax, panorama

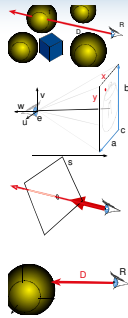


## Questions?



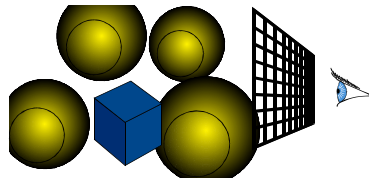
## Plan

- Introduction
- Caméra et rayons
- **Intersections**



## Ray Casting

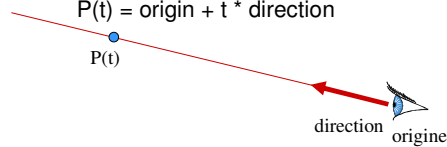
Pour chaque pixel  
crée un rayon partant de l'œil  
Pour chaque objet dans la scène  
Trouve l'**intersection** avec rayon  
Garde la plus proche



## Rappel: Représentation rayon

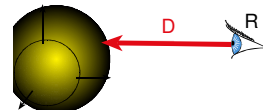
- Deux vecteurs:
  - Origine
  - Direction (normalisée)
- paramétrée

$$P(t) = \text{origine} + t * \text{direction}$$



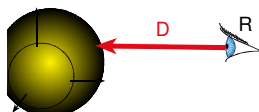
## Équation Sphère

- Sphère à l'origine (après facile à bouger):
- equation (implicite):  $\|P\|^2 = r^2$



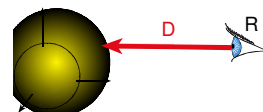
## Intersection Rayon-Sphère

- Équation sphère (implicite):  $\|P\|^2 = r^2$
- Équation rayon (explicite):  $P(t) = R+tD$   
avec  $\|D\| = 1$
- Intersection: les deux sont satisfaites



## Intersection Rayon-Sphère

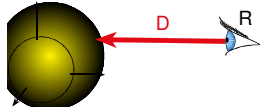
$$0 = P \cdot P - r^2$$



### Intersection Rayon-Sphère

$$0 = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} - r^2$$

$$= (\mathbf{R} + t\mathbf{D}) \cdot (\mathbf{R} + t\mathbf{D}) - r^2$$



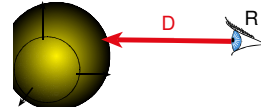
### Intersection Rayon-Sphère

$$0 = \mathbf{P} \cdot \mathbf{P} - r^2$$

$$= (\mathbf{R} + t\mathbf{D}) \cdot (\mathbf{R} + t\mathbf{D}) - r^2$$

$$= \mathbf{R} \cdot \mathbf{R} + 2t\mathbf{D} \cdot \mathbf{R} + t^2\mathbf{D} \cdot \mathbf{D} - r^2$$

$$= t^2 + 2t\mathbf{D} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{R} - r^2$$



### Intersection Rayon-Sphère

- Équation quadratique  $at^2 + bt + c = 0$ , où

$$-a = 1$$

$$-b = 2\mathbf{D} \cdot \mathbf{R}$$

$$-c = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R} - r^2$$

- discriminant

$$d = \sqrt{b^2 - 4ac}$$

- et solutions

$$t_{\pm} = \frac{-b \pm d}{2a}$$

### Intersection Rayon-Sphère

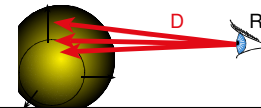
- Discriminant  $d = \sqrt{b^2 - 4ac}$

- Solutions  $t_{\pm} = \frac{-b \pm d}{2a}$

- Trois cas (dépendant de  $b^2 - 4ac$ )

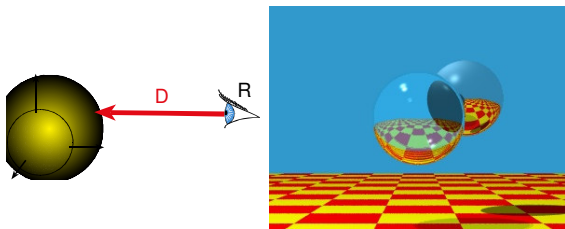
- Quelle solution? ( $t_+$  or  $t_-$ )?

-Plus proche possible (normalement  $t_-$ )



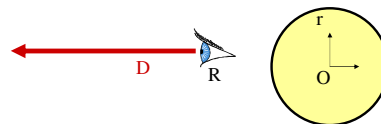
### Intersection Rayon-Sphère

- Comme c'est simple et beau!



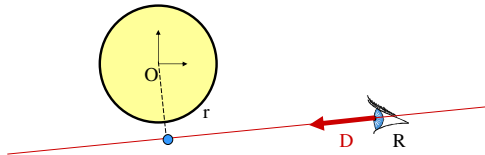
### Intersection Rayon-Sphère Géométrique

- Peut-on faire mieux?
- Rejeter tôt ! (exemple: sphère derrière)
- Considérations géom. peuvent aider



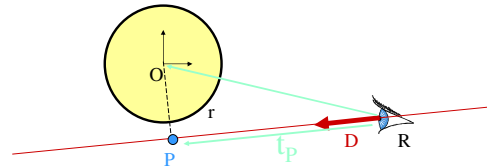
### Intersection Rayon-Sphère Géométrique

- origine dehors?
- $R^2 > r^2$ 
  - Si dedans, alors intersection
  - Si sur la sphère, pas d'intersection (cas dégénéré)



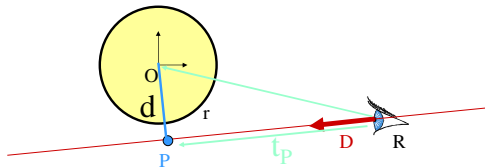
### Intersection Rayon-Sphère Géométrique

- Si dehors:
- Trouve point le plus proche au centre de la sphère
  - $t_p = RO \cdot D$
  - If  $t_p < 0$ , raté



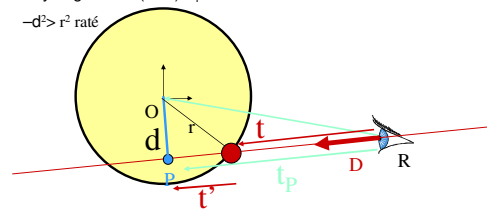
### Geometric ray-sphere intersection

- Si dehors: Trouve point le plus proche au centre de la sphère
  - $t_p = RO \cdot D$
  - If  $t_p < 0$ , raté
  - sinon trouve  $d^2$
  - Pythagore:  $d^2 = (O-R)^2 - t_p^2$
  - $d^2 > r^2$  raté



### Geometric ray-sphere intersection

- Si dehors: Trouve point le plus proche au centre de la sphère
  - $t_p = RO \cdot D$
  - If  $t_p < 0$ , raté
  - sinon trouve  $d^2$
  - Pythagore:  $d^2 = (O-R)^2 - t_p^2$
  - $d^2 > r^2$  raté
- $t = t_p - t'$  où  $t'^2 + d^2 = r^2$

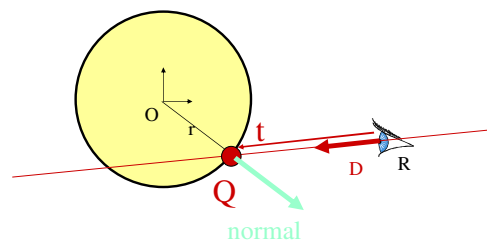


### Geometrique vs. algébrique

- Algébrique plus facile
- Géométrique plus efficace
  - Tests coûteux

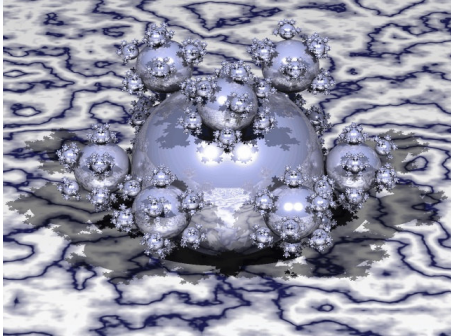
### Normale?

- Simply  $Q / \|Q\|$



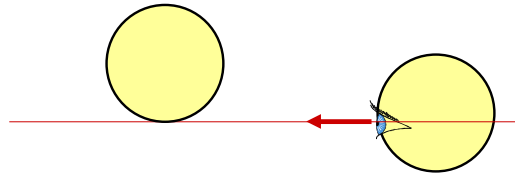


## Questions?



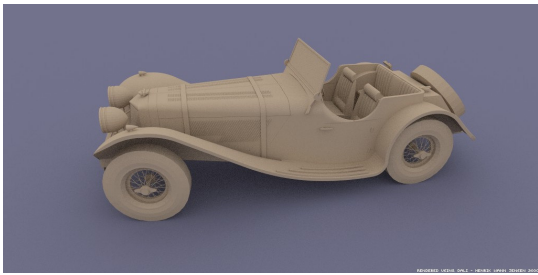
## Attention

- Cas dégénérés
  - Origine sur un objet?
  - Rayons rasants?
- Problème avec flottants



## Questions?

- Image de Henrik Wann Jensen

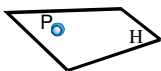


## Explicite vs. implicite?

- Équation implicite du plan
  - Simple:
  - Tester si un point est dans le plan
  - Ne génère pas le point d'intersection
- Équation explicite du rayon
  - Point appartient au rayon = "difficile"
  
- Intersection: combiner les deux!

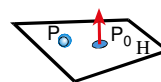
## Équation 3D du plan

- Équation implicite du plan  
 $H(p) = Ax + By + Cz + D = 0$
  
- Équation explicite?



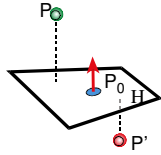
## Équation 3D du plan

- Équation implicite du plan  
 $H(x,y,z) = Ax + By + Cz + D = 0$
- Plan défini par
  - $n(A, B, C, 1)$
  - $P_0(x,y,z,1)$



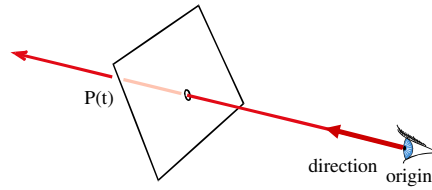
### Distance plan-point

- $H = Ax + By + Cz + D$
- Plan defini par  $-P_0(x, y, z)$
- $-n(A, B, C)$
- $p$  dans plan si  $H(p) = 0$
- $D = -n \cdot P_0$
- $n$  normalisé = distance



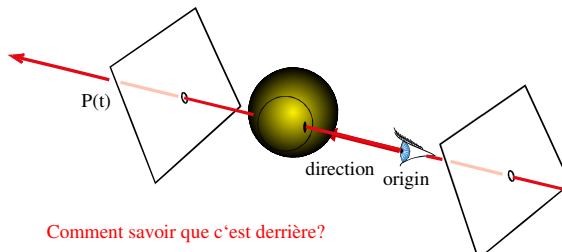
### Intersection plan-droite

- explicite de la droite dans l'implicite du plan



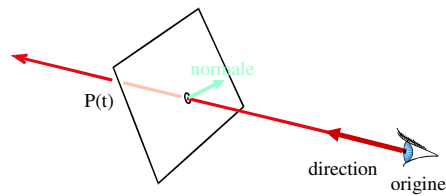
### Attention:

- Garde l'intersection la plus proche
- Intersection derrière la caméra?



### Normale

Normale du plan!

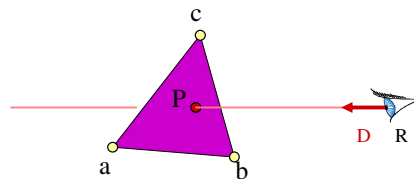


### Questions?

- RADIANCE système de Greg Ward

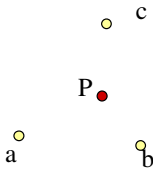


### Et les triangles???



## Barycentres

- $P(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha a + \beta b + \gamma c$   
avec  $\alpha + \beta + \gamma = 1$



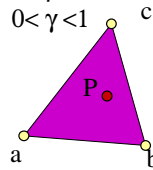
## Coordonnées barycentrique

- $P(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha a + \beta b + \gamma c$   
avec  $\alpha + \beta + \gamma = 1$

$$0 < \alpha < 1$$

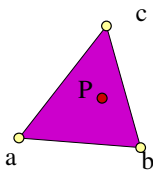
$$0 < \beta < 1$$

$$0 < \gamma < 1$$



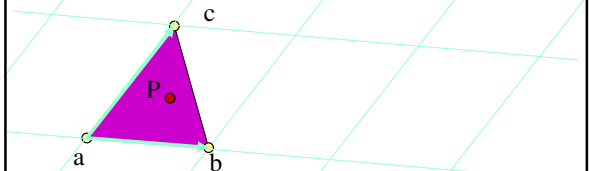
## Simplification

- Comme  $\alpha + \beta + \gamma = 1$   
on a  $\alpha = 1 - \beta - \gamma$
- $P(\beta, \gamma) = (1 - \beta - \gamma)a + \beta b + \gamma c$



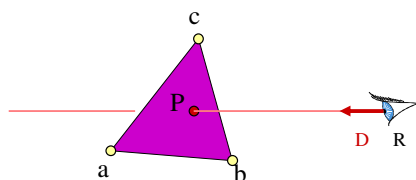
## Simplifier

- $P(\beta, \gamma) = (1 - \beta - \gamma)a + \beta b + \gamma c$
- $P(\beta, \gamma) = a + \beta(b - a) + \gamma(c - a)$
- Coordonnées dans le plan



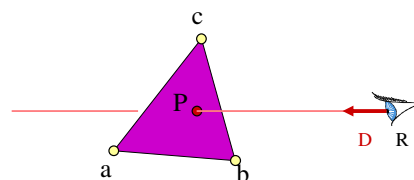
## Comment s'en servir?

- Met rayon dans l'équation du barycentre
- $P(t) = a + \beta(b - a) + \gamma(c - a)$
- Intersection si  $\beta + \gamma < 1$ ;  $\beta > 0$  et  $\gamma > 0$



## Intersection

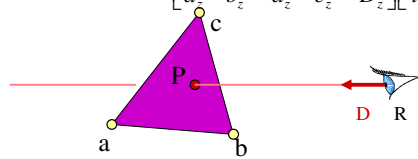
- $R_x + tD_x = a_x + \beta(b_x - a_x) + \gamma(c_x - a_x)$
- $R_y + tD_y = a_y + \beta(b_y - a_y) + \gamma(c_y - a_y)$
- $R_z + tD_z = a_z + \beta(b_z - a_z) + \gamma(c_z - a_z)$



## Intersection

- $R_x + tD_x = a_x + \beta(b_x - a_x) + \gamma(c_x - a_x)$
- $R_y + tD_y = a_y + \beta(b_y - a_y) + \gamma(c_y - a_y)$
- $R_z + tD_z = a_z + \beta(b_z - a_z) + \gamma(c_z - a_z)$

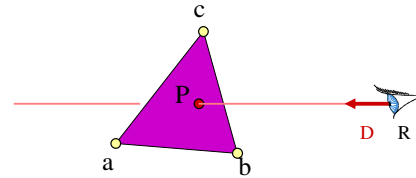
$$\begin{bmatrix} a_x - b_x & a_x - c_x & D_x \\ a_y - b_y & a_y - c_y & D_y \\ a_z - b_z & a_z - c_z & D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x - R_x \\ a_y - R_y \\ a_z - R_z \end{bmatrix}$$



## Cramer's rule

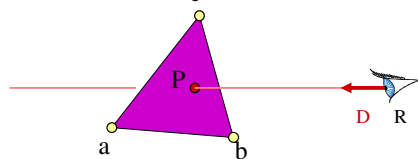
- $|| = \text{determinante}$

$$\beta = \frac{\begin{vmatrix} a_x - R_x & a_y - c_y & D_x \\ a_x - R_x & a_y - c_y & D_y \\ a_x - R_x & a_y - c_y & D_z \end{vmatrix}}{|\Delta|} \quad \gamma = \frac{\begin{vmatrix} a_x - b_x & a_x - R_x & D_x \\ a_x - b_x & a_x - R_x & D_y \\ a_x - b_x & a_x - R_x & D_z \end{vmatrix}}{|\Delta|} \quad t = \frac{\begin{vmatrix} a_x - b_x & a_x - c_x & a_x - R_x \\ a_x - b_y & a_x - c_y & a_x - R_y \\ a_x - b_z & a_x - c_z & a_x - R_z \end{vmatrix}}{|\Delta|}$$



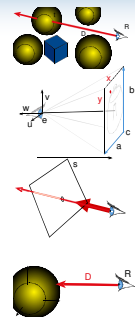
## Avantage

- Efficient
- Pas de plan à stoquer
- Coords barycentriques gratuites
  - Important pour l'interpolation



## Résumé

- Introduction
- Caméra et rayons
- Intersections



## Slides

- Contributions de:
  - Briceno, H., Notes du cours SI, UFRIMA
  - Boyer, E., Notes du cours SI, UFRIMA
  - Holzschuch, N., « Notes du cours DEA-IVR, ENSIMAG, Création d'Images Virtuelles », 2005-2006
  - Frédo Durand and Barbara Cottler, SI, MIT
- Images taken from various sources:
 

**IF ANY IMAGE IN THIS PRESENTATION IS NOT ALLOWED TO BE USED, PLEASE CONTACT ME AND I WILL DELETE IT!**

TO MY BEST KNOWLEDGE ALL IMAGES CAN BE USED FOR UNIVERSITY COURSES.