Déformations du modèle

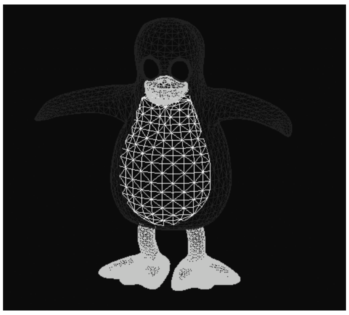
Nicolas Holzschuch
Cours d'Option Majeure 2
Nicolas.Holzschuch@imag.fr

Plan du cours

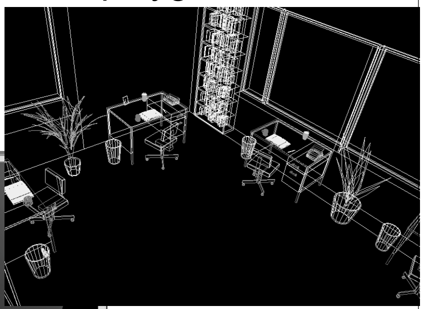
- Modèles :
  - polygonaux,
  - Bézier, NURBS,
  - surfaces de subdivision…
- Déformations :
  - Function-based deformations
  - Free-Form Deformations
  - Skeletton-based
  - Squelette + FFD

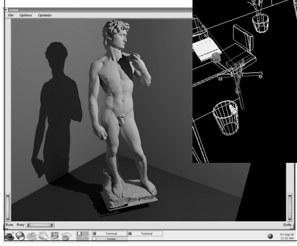
Les modèles

- Basés sur des points
- Polygones :

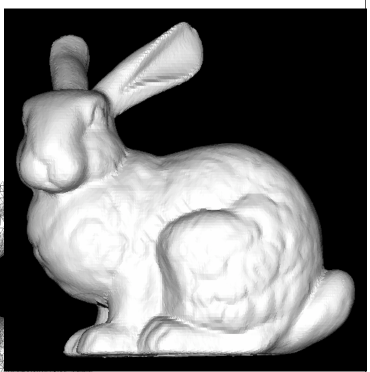


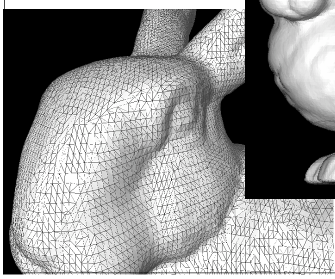
Modèles polygonaux





+ version 3D





+ version 3D

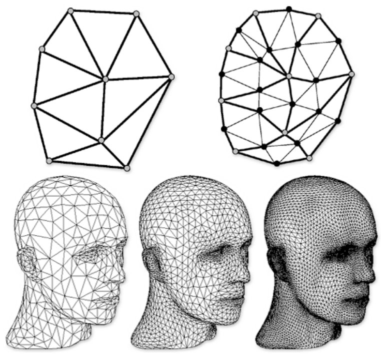
Modèles lisses

- Points de contrôle
- Surfaces paramétriques
  - Bézier
  - B-splines
  - NURBS
- Surfaces de subdivision

Surfaces de subdivision

- Départ : maillage polygonal
- Régle de subdivision
  - 1 triangle se transforme en *n* triangles
  - Appliquée itérativement
- Surface limite
  - C^1, C^2…
  - Contrôle local par le maillage de départ
- Complexité contrôlée

Surfaces de subdivision



Déformations

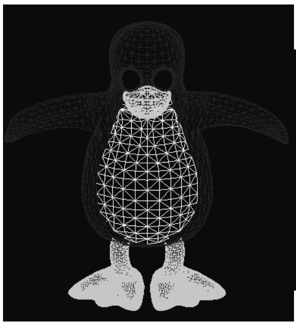
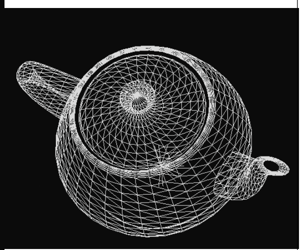
- Modèles tous basés sur points de contrôle
- Pour déformer un modèle, agir sur les points de contrôle
  - Tout le reste n'est que littérature
- Déformations
  - Function-based deformations
  - Free-form deformations
  - Skeleton-deformations

Function-based deformations

- Définir une fonction dans l'espace :
  - $\mathbf{M}$: $\mathbf{R}^3 \rightarrow$ matrice de transformation
- Action sur un point P:
  - Évaluer matrice $\mathbf{M}$ au point P
  - Faire agir $\mathbf{M}$ sur P :

$$P' = \mathbf{M}(P)\,P$$

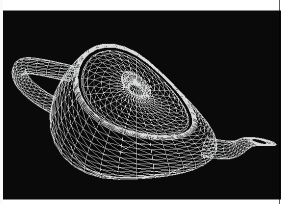
Modèle non-déformé

Compression

$$s(x) = \begin{cases} 1 & x \leq x_0 \\ 1 - 1/2 \dfrac{x - x_0}{x_1 - x_0} & x_0 \leq x \leq x_1 \\ 1/2 & x_1 \leq x_0 \end{cases}$$

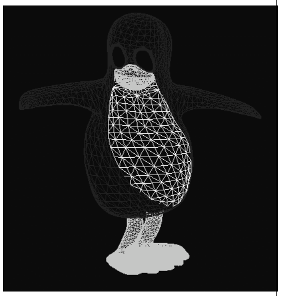
$$P' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & s(p_x) & 0 \\ 0 & 0 & s(p_x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$



Rotation

$$r(z) = \begin{cases} 0 & z < z_0 \\ \dfrac{z - z_0}{z_1 - z_0}\theta_{max} & z_0 \le z \le z_1 \\ \theta_{max} & z_1 < z_0 \end{cases}$$

$$P' = \begin{bmatrix} \cos(r(p_z)) & -\sin(r(p_z)) & 0 \\ \sin(r(p_z)) & \cos(r(p_z)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$

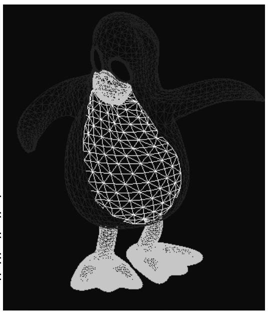


Vortex

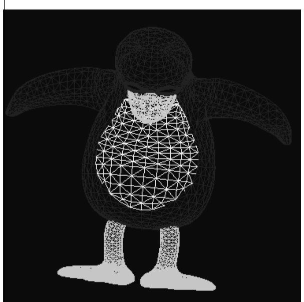
$$r(z) = \begin{cases} 0 & z < z_0 \\ \dfrac{z - z_0}{z_1 - z_0}\theta_{max} & z_0 \le z \le z_1 \\ \theta_{max} & z_1 < z_0 \end{cases}$$

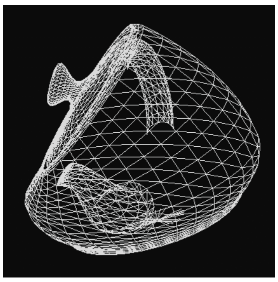
$$\alpha(P) = r(p_z)e^{-(p_x{}^2 + p_y{}^2)}$$

$$P' = \begin{bmatrix} \cos(\alpha(P)) & -\sin(\alpha(P)) & 0 \\ \sin(\alpha(P)) & \cos(\alpha(P)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}$$



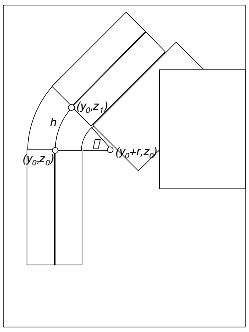
Pliage



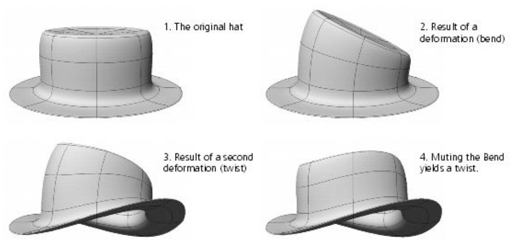


Pliage

- Donné : z_0, z_1, angle □
  - Rayon $r = (z_1-z_0)/$□
- Trois zones:
  - Avant z_0 : rien
  - Au dessus de z_1:
    - Translation de (z_1-z_0)
    - Rotation angle □, autour de (y_0+r, z_0)
  - Entre deux :
    - Translation de $(z-z_0)$
    - Rotation angle □□$(z-z_0)/(z_1-z_0)$, autour de (y_0+r, z_0)



Combinaisons

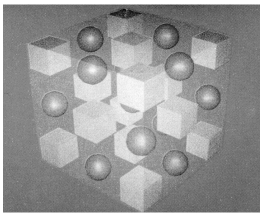
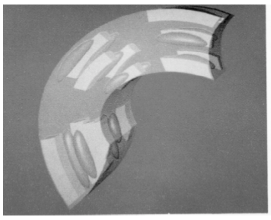


Function-based deformations

- Avantages :
  - Pratique
  - Simple
- Inconvénients :
  - Contrôle fin des déformations
  - Le modèle se recoupe
    - Augmenter le modèle
    - Limiter les déformations

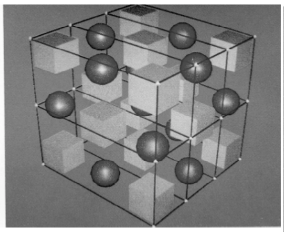
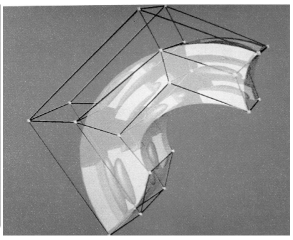
Free-form deformations

- Déformer l'espace autour du modèle
  - Modèle inclus dans un « bloc de plastique »

Comment ?

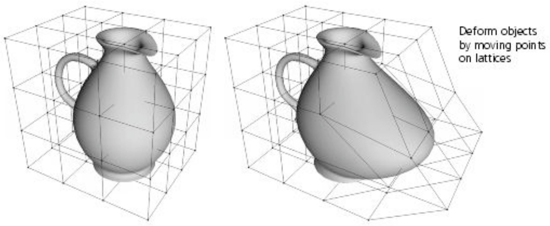
- Maillage de points de contrôle dans l'espace
- Déformer le maillage
- L'espace « suit » le maillage

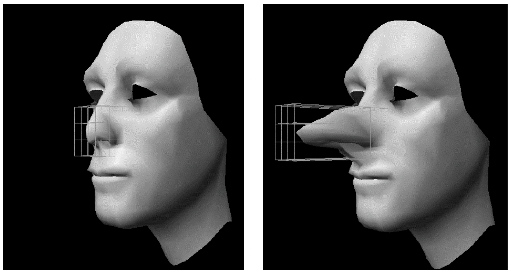
Comment (suite)

- Parallélépipède de l'espace (**S,T,U**)
- Paramétrisation locale
  - Conversion $(x,y,z) \rightarrow (s,t,u)$
- Points de contrôle P_{ijk}
- Déplacement des points de contrôle
- Nouvelle position (x',y',z') en fonction de (s,t,u)

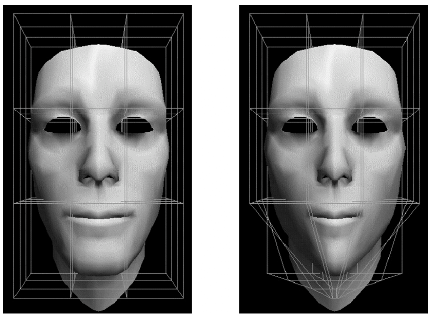
FFD example



FFD example



FFD example



Paramétrisation locale

- Parallélépipède (pas cubique)
  - Base non orthonormée
  - $M = M_0 + s\mathbf{S} + t\mathbf{T} + u\mathbf{U}$

$$s = \frac{\mathbf{T} \times \mathbf{U} \cdot (M - M_0)}{\mathbf{T} \times \mathbf{U} \cdot \mathbf{S}}$$

$$t = \frac{\mathbf{S} \times \mathbf{U} \cdot (M - M_0)}{\mathbf{S} \times \mathbf{U} \cdot \mathbf{T}}$$

$$u = \frac{\mathbf{S} \times \mathbf{T} \cdot (M - M_0)}{\mathbf{S} \times \mathbf{T} \cdot \mathbf{U}}$$

Points de contrôle

- Positionnement quelconque
  - Par ex. régulier dans chaque dimension

$$P_{ijk} = M_0 + \frac{i}{i_{\max}}\mathbf{S} + \frac{j}{j_{\max}}\mathbf{T} + \frac{k}{k_{\max}}\mathbf{U}$$

  - Le plus simple
- Déplacement des points de contrôle
  - Interface utilisateur

Nouvelle position

- Interpolation des points de contrôle

$$M_{FFD} = \sum_{i=0}^{i_{\max}} \sum_{j=0}^{j_{\max}} \sum_{k=0}^{k_{\max}} B_i^{i_{\max}}(s) B_j^{j_{\max}}(t) B_k^{k_{\max}}(u) P_{ijk}$$

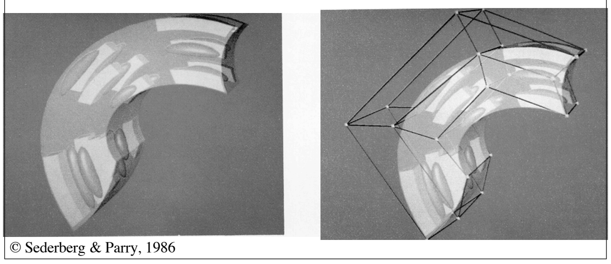
- B(s) polynôme de Bernstein :

$$B_i^{i_{\max}}(s) = C_{i_{\max}}^i s^i (1 - s)^{i_{\max} - i}$$

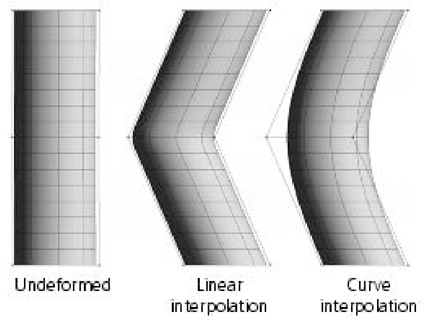
Interpolation

- Polynôme de Bernstein :
  - Interpolants de Bézier
  - Ordre 1, 2, 3…
  - Combinaison interpolants ordre 3
- Également possible avec autres interpolants
  - B-Splines,…
- Modèle générique
- Sujet TD 3

Surfaces de Bézier

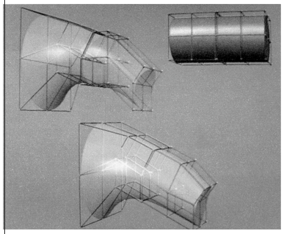


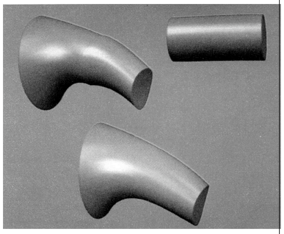
Diverses interpolations



Continuité

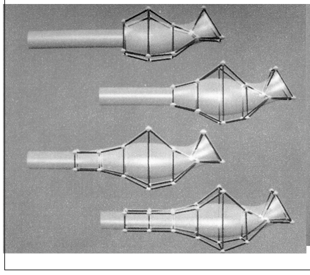
- Modèle continu (?)
- Déformation continue, résultat continu
  - Conditions habituelles pour surfaces de Bézier

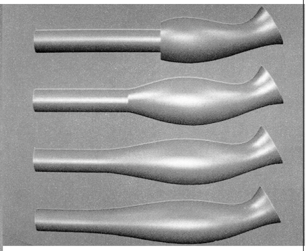




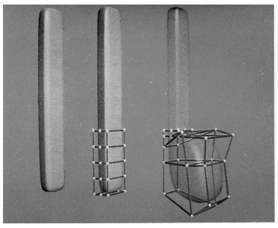
Continuité (suite)

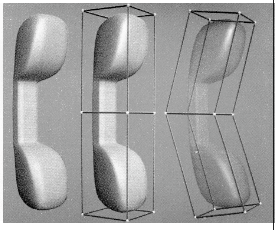
- C^{-1}, C^{0}, C^{1}, C^{2}…

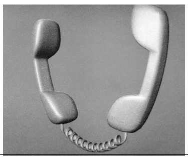




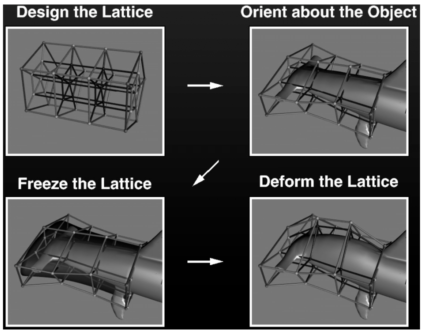
Local/global



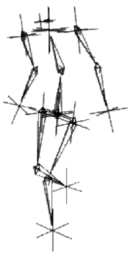




Modèle quelconque

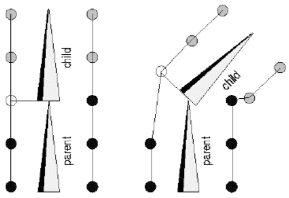


Squelette

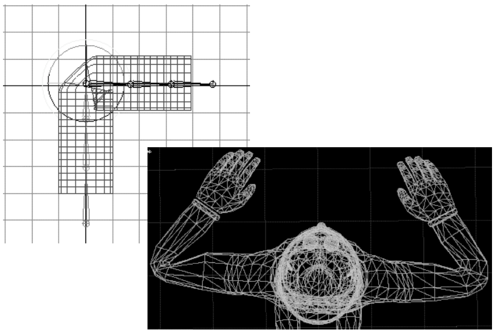


Squelette

- Point du modèle associé à un os
- Déplacer l'os : le modèle suit, transforme les points

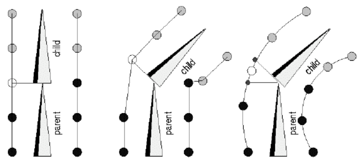


Problèmes



Poids

- Points modifiés par plusieurs os
- Moyenne pondérée des déplacements
- Ajuster les poids

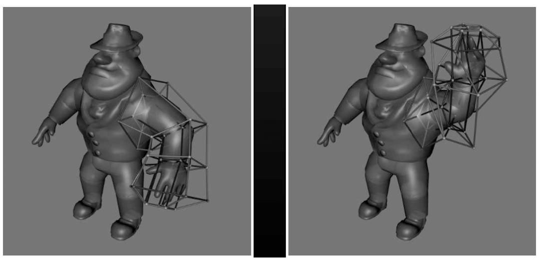


Squelette

- Problèmes :
  - Construire le squelette pour un maillage existant
  - Choisir les os/points
- Maillage complexe
  - Travail difficile

Squelette + FFD

- Placer squelette simplifié sur modèle
- Squelette porte FFD



Squelette + FFD

- Le meilleur des deux mondes
- Modifications quelconques sur modèle
- Squelette facile à placer, à déplacer

Plan du cours

- Modèles :
  - polygonaux,
  - Bézier, NURBS,
  - surfaces de subdivision…
- Déformations :
  - Function-based deformations
  - Free-Form Deformations
  - Skeletton-based
  - Squelette + FFD